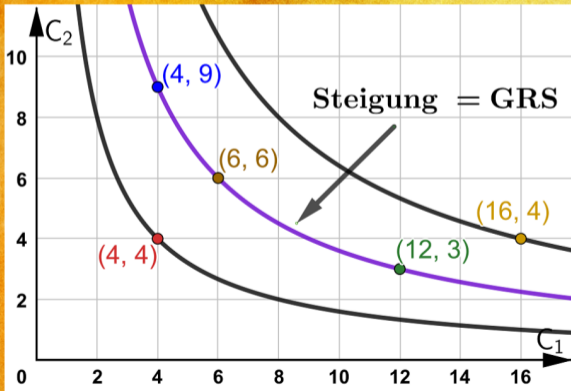


INDIFFERENZ KURVEN



**+
GRENZRATE
DER
SUBSTITUTION**



Worum geht's?

- Unterschiedliche Kombinationen aus Äpfeln (A) und Bier (B)
- Welche ist „die beste“ Kombination?
- Nutzenfunktion $U(A, B)$ „bewertet“ verschiedene Kombinationen
- Höher Nutzen ist besser

Beispiel:

$$U(A, B) = \sqrt{AB}$$

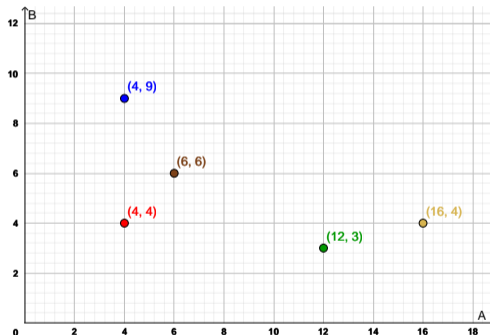
$$U(16, 4) = \sqrt{16 \cdot 4} = 8$$

$$U(4, 4) = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$$

$$U(4, 9) = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$$

$$U(6, 6) = \sqrt{6 \cdot 6} = 6$$

$$U(12, 3) = \sqrt{12 \cdot 3} = 6$$



⇒ die letzten drei Kombinationen stiften identischen Nutzen

⇒ wir sind „indifferent“ welche dieser drei Kombinationen wir erhalten

Indifferenzkurve

Eine Indifferenzkurve markiert alle Güterkombinationen, die den selben Nutzen stiften.

Beispiel:

$$U(A, B) = \sqrt{AB}$$

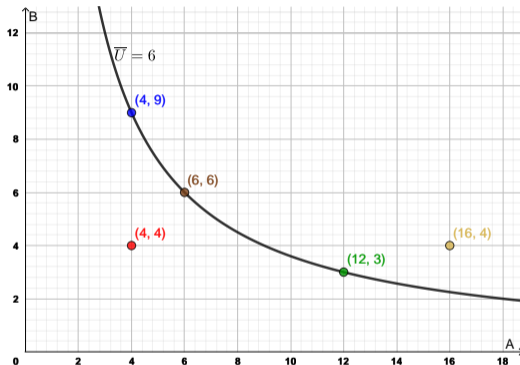
$$U(16, 4) = \sqrt{16 \cdot 4} = 8$$

$$U(4, 4) = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$$

$$U(4, 9) = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$$

$$U(6, 6) = \sqrt{6 \cdot 6} = 6$$

$$U(12, 3) = \sqrt{12 \cdot 3} = 6$$



Berechnung der Indifferenzkurve zum Nutzenniveau $\bar{U} = 6$:

$$U = \sqrt{AB} = 6 \Rightarrow \sqrt{B} = \frac{6}{\sqrt{A}} \Rightarrow B = \frac{36}{A}$$

Indifferenzkurve mathematisch

Nutzenfunktion \Rightarrow Indifferenzkurve

Wenn wir eine beliebige Nutzenfunktion $U(A, B)$ haben, erhalten wir die allgemeine Indifferenzkurve, indem wir...

- 1 die Nutzenfunktion gleich \bar{U} setzen (d.h. Nutzen konstant halten) und
- 2 nach der Variable an der vertikalen Achse auflösen

Beispiel:

$$U(A, B) = \sqrt{AB}$$

$$\bar{U} = \sqrt{AB}$$

$$\sqrt{B} = \frac{\bar{U}}{\sqrt{A}} \quad || (\quad)^2$$

$$B = \frac{\bar{U}^2}{A}$$

Unterschiedliche Nutzenniveaus

Wir können zu jedem Nutzenniveau einer Nutzenfunktion die dazugehörige Indifferenzkurve zeichnen:

Beispiel:

$$U(A, B) = \sqrt{AB}$$

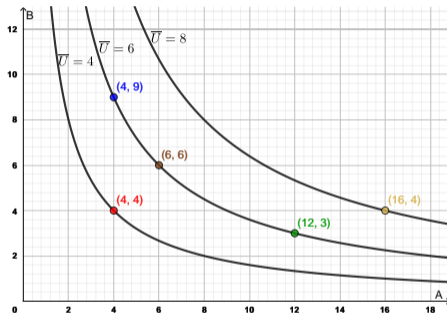
$$U(16, 4) = \sqrt{16 \cdot 4} = 8$$

$$U(4, 4) = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$$

$$U(4, 9) = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$$

$$U(6, 6) = \sqrt{6 \cdot 6} = 6$$

$$U(12, 3) = \sqrt{12 \cdot 3} = 6$$



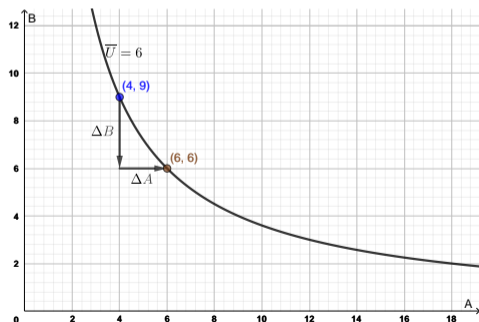
⇒ Je weiter „rechts-oben“ eine Indifferenzkurve liegt, desto höher ist \bar{U}

⇒ Indifferenzkurven mit unterschiedlichem \bar{U} schneiden sich nie

Grenzrate der Substitution (GRS)

Die Grenzrate der Substitution zeigt uns das **Verhältnis**, in dem wir bereit sind, die **Güter gegeneinander auszutauschen** (zu „substituieren“), ohne dass sich der Nutzen ändert \Rightarrow selbe Indifferenzkurve.

- Wir haben momentan 4 Äpfel und 9 Bier \Rightarrow Punkt $U(4, 9) = 6$
- Nun klaut man uns 3 Bier $\Rightarrow \Delta B = -3$
- Dann müssen wir 2 Äpfel als Entschädigung bekommen ($\Delta A = 2$), damit wir den Nutzen konstant auf $\bar{U} = 6$ halten \Rightarrow Punkt $U(6, 6)$



- **Veränderung von B:** $\Delta B = 6 - 9 = -3$
- **Veränderung von A:** $\Delta A = 6 - 4 = 2$
- **Austauschverhältnis:**

$$GRS = \left| \frac{\Delta B}{\Delta A} \right| = \left| \frac{-3}{2} \right| = 1,5$$

GRS berechnen: Variante 1

Indifferenzkurve \Rightarrow GRS

Die GRS in einem Punkt entspricht der (absoluten) **Steigung der Indifferenzkurve**:

$$\text{GRS} = -\frac{dB}{dA}$$

Nutzenfunktion:

$$U(A, B) = \sqrt{AB}$$

Indifferenzkurve:

$$B = \frac{\bar{U}^2}{A}$$

GRS:

$$\text{GRS} = -\frac{dB}{dA} = -\left(-\frac{\bar{U}^2}{A^2}\right) = \frac{\bar{U}^2}{A^2}$$

Jetzt noch die **Nutzenfunktion U** einsetzen \Rightarrow

$$\text{GRS} = \frac{(\sqrt{AB})^2}{A^2} = \frac{AB}{A^2} = \frac{B}{A}$$

GRS berechnen: Variante 2

Grenznutzen \Rightarrow GRS

Die GRS in einem Punkt entspricht dem **Verhältnis der Grenznutzen**:

$$\text{GRS} = \frac{\text{Grenznutzen von A}}{\text{Grenznutzen von B}} = \frac{\frac{\partial U}{\partial A}}{\frac{\partial U}{\partial B}}$$

Nutzenfunktion:

$$U(A, B) = \sqrt{AB}$$

Grenznutzen:

$$\frac{\partial U}{\partial A} = \frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{A}}, \quad \frac{\partial U}{\partial B} = \frac{\sqrt{A}}{2\sqrt{B}}$$

GRS:

$$\text{GRS} = \frac{\frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{A}}}{\frac{\sqrt{A}}{2\sqrt{B}}} = \frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{A}} \cdot \frac{2\sqrt{B}}{\sqrt{A}} = \frac{B}{A}$$