



Die Budgetgerade berechnen, zeichnen und verstehen



Aufgaben (Lösungen ab Seite 2)

Aufgabe 1:

In der stressigen Prüfungszeit ernährst Du Dich nur von Kaffee (K) und Zigaretten (Z). Eine Tasse Kaffee kostet $P_K = 6$ Euro, eine Zigarette kostet $P_Z = 2$ Euro. Dein gesamtes Budget für Kaffee und Zigaretten beträgt $M = 60$ Euro.

- Wie viele Tassen Kaffee K kannst Du kaufen, wenn Du Dein gesamtes Budget M nur für Kaffee ausgibst?
- Wie viele Zigaretten kannst Du kaufen, wenn Du Dein gesamtes Budget M nur für Zigaretten ausgibst?
- Wenn Du einen zusätzlichen Kaffee trinkst, auf wie viele Zigaretten musst Du dann verzichten, wenn Du Deine Budgetbeschränkung weiterhin einhältst?
- Schreibe nun die Budgetbeschränkung auf und leite rechnerisch die Budgetgerade her. Geh dabei davon aus, dass wir beim Zeichnen der Budgetgerade die Zigaretten Z an der vertikalen Achse abtragen.
- Welche der Ergebnisse aus den Teilaufgaben (a) bis (c) findest Du in der Gleichung für die Budgetgerade wieder? Warum ist das so?
- Zeichne die Budgetgerade in ein Diagramm mit K an der horizontalen und Z an der vertikalen Achse.
- Nun fällt Dein Budget von $M = 60$ auf $M = 36$ Euro. Die Güterpreise bleiben unverändert. Schreibe die neue Gleichung für die Budgetgerade auf und zeichne diese in die Abbildung aus Teilaufgabe (f) ein.
- Dein Budget entspricht nun wieder dem ursprünglichen Betrag, $M = 60$. Stattdessen fällt nun der Preis einer Tasse Kaffee auf $P'_K = 4$ Euro. Der Preis von Zigaretten bleibt unverändert. Schreibe die neue Gleichung für die Budgetgerade auf und zeichne diese in die Abbildung aus Teilaufgabe (f) ein.

Lösungen

Aufgabe 1:

In der stressigen Prüfungszeit ernährst Du Dich nur von Kaffee (K) und Zigaretten (Z). Eine Tasse Kaffee kostet $P_K = 6$ Euro, eine Zigarette kostet $P_Z = 2$ Euro. Dein gesamtes Budget für Kaffee und Zigaretten beträgt $M = 60$ Euro.

- (a) Wie viele Tassen Kaffee K kannst Du kaufen, wenn Du Dein gesamtes Budget M nur für Kaffee ausgibst?

Lösung:

Wenn Dein Budget $M = 60$ beträgt und eine Tasse Kaffee $P_K = 6$ kostet, dann kannst Du maximal

$$K_{\max} = \frac{M}{P_K} = \frac{60}{6} = 10 \quad (1)$$

Tassen Kaffee kaufen.

- (b) Wie viele Zigaretten kannst Du kaufen, wenn Du Dein gesamtes Budget M nur für Zigaretten ausgibst?

Lösung:

Wenn Dein Budget $M = 60$ beträgt und eine Tasse Kaffee $P_Z = 2$ kostet, dann kannst Du maximal

$$Z_{\max} = \frac{M}{P_Z} = \frac{60}{2} = 30 \quad (2)$$

Zigaretten kaufen.

- (c) Wenn Du einen zusätzlichen Kaffee trinkst, auf wie viele Zigaretten musst Du dann verzichten, wenn Du Deine Budgetbeschränkung weiterhin einhältst?

Lösung:

Da ein zusätzlicher Kaffee $P_K = 6$ Euro kostet, muss ich für einen zusätzlichen Kaffee auf

$$\frac{P_K}{P_Z} = 3 \quad (3)$$

Zigaretten zu je $P_Z = 2$ Euro verzichten.

- (d) Schreibe nun die Budgetbeschränkung auf und leite rechnerisch die Budgetgerade her. Geh dabei davon aus, dass wir beim Zeichnen der Budgetgerade die Zigaretten Z an der vertikalen Achse abtragen.

Lösung:

Die Budgetbeschränkung besagt, dass die gesamten Ausgaben für Kaffee und Zigaretten unserem Budget M entsprechen müssen.

$$\text{Ausgaben für } K + \text{ Ausgaben für } Z = \text{Budget} \quad (4)$$

$$P_K \cdot K + P_Z \cdot Z = M \quad (5)$$

Für die Budgetgerade lösen wir die Budgetbeschränkung nach dem Gut auf, das wir an der vertikalen Achse abtragen:

$$P_Z Z = M - P_K \cdot K \quad (6)$$

$$Z = \frac{M}{P_Z} - \frac{P_K}{P_Z} \cdot K \quad (7)$$

Wenn wir hier die Zahlen aus der Aufgabenstellung einsetzen, erhalten wir

$$Z = \frac{60}{2} - \frac{6}{2} \cdot K \quad (8)$$

$$Z = 30 - 3 \cdot K \quad (9)$$

- (e) Welche der Ergebnisse aus den Teilaufgaben (a) bis (c) findest Du in der Gleichung für die Budgetgerade wieder? Warum ist das so?

Lösung:

$$Z = 30 - 3K \quad (10)$$

- Die maximale Menge an Zigaretten $Z_{\max} = 60/2 = 30$, die wir in Aufgabe (b) berechnet haben, entspricht dem (vertikalen) Achsenabschnitt der Budgetgerade.
- Die Anzahl der Zigaretten Z , auf die ich für einen zusätzlichen Kaffee K verzichten muss, die wir in Aufgabe (c) mit

$$\frac{P_K}{P_Z} = 3 \quad (11)$$

berechnet haben, entspricht der Steigung der Budgetgeraden.

- Die maximale Menge an Kaffee $K_{\max} = 60/6 = 10$, die wir in Aufgabe (a) berechnet haben, sehen wir in der Budgetgerade nicht direkt. Wenn wir dort aber die Menge an Zigaretten $Z = 0$ einsetzen, erhalten wir auch diese Zahl:

$$Z = 30 - 3K \quad (12)$$

$$0 = 30 - 3K \quad (13)$$

$$3K = 30 \quad (14)$$

$$K_{\max} = 10 \quad (15)$$

- (f) Zeichne die Budgetgerade in ein Diagramm mit K an der horizontalen und Z an der vertikalen Achse.

Lösung:

Wir haben die Budgetgerade bereits in Teilaufgabe (d) berechnet:

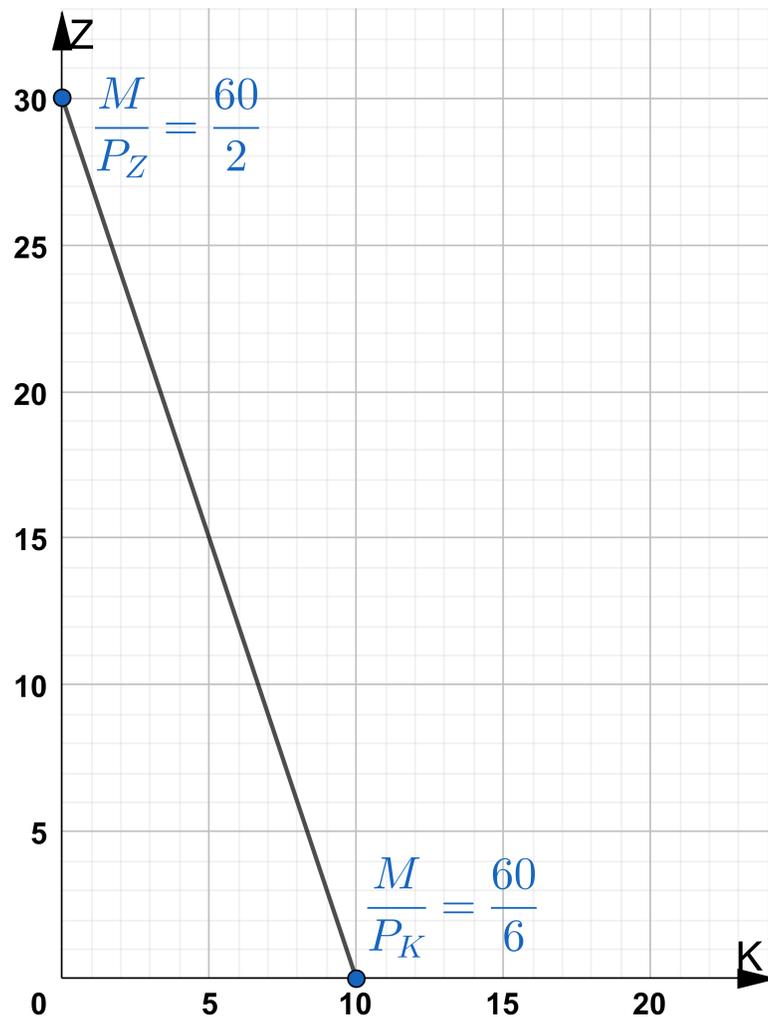
$$Z = \frac{60}{2} - \frac{6}{2} \cdot K \quad (16)$$

$$Z = 30 - 3 \cdot K \quad (17)$$

Wenn wir nun den Z -Achsenabschnitt bei $Z_{\max} = 30$ und die absolute Steigung

$$\frac{P_K}{P_Z} = 3 \quad (18)$$

(natürlich als fallende Gerade) einzeichnen, erhalten wir die folgende Abbildung. Alternativ können wir auch aus Teilaufgabe (a) den K -Achsenabschnitt $K_{\max} = 10$ als zweiten Punkt verwenden, um die Gerade zu zeichnen.



- (g) Nun fällt Dein Budget von $M = 60$ auf $M = 36$ Euro. Die Güterpreise bleiben unverändert. Schreibe die neue Gleichung für die Budgetgerade auf und zeichne diese in die Abbildung aus Teilaufgabe (f) ein.

Lösung:

Wenn wir nun das niedrigere Budget $M' = 36$ in unsere allgemeine Budgetgerade aus Teilaufgabe (d) einsetzen, erhalten wir

$$Z = \frac{M'}{P_Z} - \frac{P_K}{P_Z} \cdot K \quad (19)$$

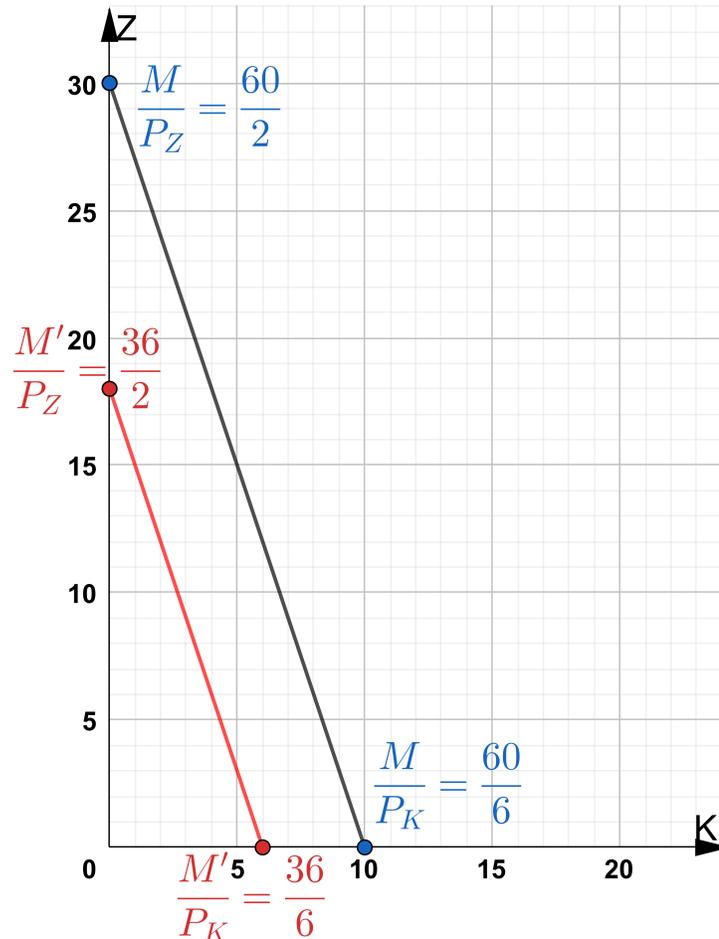
$$Z = \frac{36}{2} - \frac{6}{2} \cdot K \quad (20)$$

$$Z = 18 - 3K \quad (21)$$

Der neue Z -Achsenabschnitt liegt also bei $Z_{\max} = 18$, während die absolute Steigung unverändert 3 beträgt. Den K -Achsenabschnitt erhalten wir durch

$$K_{\max} = \frac{M'}{P_K} = \frac{36}{6} = 6 \quad (22)$$

Wenn wir die neue Budgetgerade einzeichnen, sehen wir, dass sich die Budgetgerade durch den Budgetrückgang parallel nach links-unten verschoben hat.



- (h) Dein Budget entspricht nun wieder dem ursprünglichen Betrag, $M = 60$. Stattdessen fällt nun der Preis einer Tasse Kaffee auf $P'_K = 4$ Euro. Der Preis von Zigaretten bleibt unverändert. Schreibe die neue Gleichung für die Budgetgerade auf und zeichne diese in die Abbildung aus Teilaufgabe (f) ein.

Lösung:

Wenn wir das alte Budget $M = 60$ und den neuen Kaffeepreis $P_K = 4$ in unsere allgemeine Budgetgerade aus Teilaufgabe (d) einsetzen, erhalten wir

$$Z = \frac{M}{P_Z} - \frac{P'_K}{P_Z} \cdot K \tag{23}$$

$$Z = \frac{60}{2} - \frac{4}{2} \cdot K \tag{24}$$

$$Z = 30 - 2K \tag{25}$$

Der Z -Achsenabschnitt ist also wieder bei $Z_{\max} = 30$, aber die (absolute) Steigung ist jetzt auf 2 gefallen. Den neuen K -Achsenabschnitt erhalten wir durch

$$K_{\max} = \frac{M}{P'_K} = \frac{60}{4} = 15 \tag{26}$$

Wenn wir die neue Budgetgerade einzeichnen, sehen wir, dass sich die Budgetgerade um den unveränderten Z -Achsenabschnitt gedreht hat, während die maximale Menge an Kaffee aufgrund des Preisrückgangs zugenommen hat.

